Análisis Avanzado de Series Temporales

Final Junio 2.005, Tipo: $\boxed{\text{A}}$

Apellidos y Nombre: ______________________

DNI: ______________________

Grupo: ______________________

Profesor : ______________________

El examen consta de dos partes, una primera con preguntas de tipo ensayo, a desarrollar en pliego de papel aparte, y otra con preguntas breves de elección múltiple, que contestarás directamente sobre este formulario.

Sección 1. Cuestiones a desarrollar

(¡No te enrolles! Quiero la respuesta, toda la respuesta y nada más que la respuesta.)

1. Hemos denominado a_t al valor medio del vector de estado condicionado sobre toda la información anterior: $a_t = E[\alpha_t|\mathcal{Y}_{t-1}]$. Modifica levemente el desarrollo hecho en clase para obtener la expresión de $a_{t|t} = E[\alpha_t|\mathcal{Y}_t]$.

2. Escribe la forma general de un modelo en espacio de estado. Para cierta elección de las matrices que intervienen, logramos como caso particular el modelo de regresión lineal ordinaria. Explica cuáles deben ser las matrices T_t, Z_t, etc. para que ello suceda. ¿Qué ventajas e inconvenientes te parece que tiene el empleo del filtro de Kalman para estimar un modelo de regresión lineal ordinario?

3. Dado un proceso autoregresivo p-variante de orden k, estacionario e invertible, obtén razonadamente la respuesta a impulsos o innovaciones en la variable ℓ-ésima ($1 \leq \ell \leq p$).

4. Considera un modelo ARMA(2,3). Escríbelo en forma de modelo en espacio de estado.

5. Considera un modelo AR(4). Escríbelo en forma de modelo en espacio de estado. ¿Qué relación hay, si es que hay alguna, entre los valores propios de la matriz de transición (T_t, en la notación que hemos venido empleando: en este caso acontece ser invariante en el tiempo) y la estacionariedad o no del proceso?

Sección 2. Cuestiones de elección múltiple

(Unas pocas preguntas breves, para mayor felicidad de Javier García.)

6. Sea $\boldsymbol{a_t} = \mathrm{E}[\boldsymbol{\alpha_t}|\boldsymbol{\mathcal{Y}}_{t-1}]$ el valor filtrado del estado con información hasta $t-1$ y $\boldsymbol{\hat{\alpha}_t} = \mathrm{E}[\boldsymbol{\alpha_t}|\boldsymbol{\mathcal{Y}}_n]$ el valor suavizado contando con la longitud total de la serie. Sean $\boldsymbol{P_t}$ y $\boldsymbol{V_t}$ sus respectivas matrices de covarianzas. Se verifica que:
   - (a) Los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ son mayores o iguales que los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$.
   - (b) Los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ son menores o iguales que los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$.
   - (c) No hay ninguna relación entre los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ y los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$.
   - (d) Hay relación entre los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ y los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$, pero no es ninguna de las citadas.

7. En el modelo de tendencia lineal local,

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \epsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_t + \eta_t \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \nu_t \end{aligned}$$

   si $\sigma^2_{\nu_t} = 0$ para todo t estaríamos ante:
   - (a) Un modelo con una tendencia lineal ordinaria, de pendiente fija.
   - (b) Un paseo aleatorio simple.
   - (c) Un modelo con una varianza constante.
   - (d) Nada de lo anterior.

8. Vimos que, en condiciones muy generales, un proceso estocástico estacionario puede expresarse así:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \nu_{t-i}$$

Se llama a esto descomposición de...

(a) Wold.

(b) Yule-Walker.

(c) Levinson-Durbin-Whittle.

(d) Nada de lo anterior.

9. Considera la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 & \dots \\ \Gamma_2 & \Gamma_3 & \Gamma_4 & \dots \\ \Gamma_3 & \Gamma_4 & \dots & \dots \\ \Gamma_4 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{pmatrix}$$

Tiene estructura de

(a) Matriz de Hankel.

(b) Matriz de Toeplitz.

(c) Matriz de Toeplitz por bloques.

(d) Nada de lo anterior.

10. En el modelo de nivel local,

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \epsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \eta_t \end{aligned}$$

la varianza de μ_t es:

(a) Creciente al transcurrir el tiempo: se trata de un modelo no estacionario.

(b) Constante en el tiempo: se trata de un modelo estacionario.

(c) Decreciente en el tiempo, conforme se incorpora nueva información: se trata de un proceso no estacionario.

(d) Nada de lo anterior.

11. Considera un proceso AR(2) bivariante expresable así:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-2} \\ Y_{2,t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_{1,t} \\ \nu_{2,t} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

La matriz de covarianzas de la perturbación $\boldsymbol{\nu_t}$ es

$$\boldsymbol{\Sigma_\nu} = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}5 \end{bmatrix}.$$

Entonces, podemos asegurar:

(a) Que hay causalidad en el sentido de Granger, tanto instantánea como retardada.

(b) Que no hay nigun tipo de causalidad en el sentido de Granger.

(c) Que hay causalidad en el sentido de Granger instantánea, pero no retardada.

(d) Nada de lo anterior.

12. Si expresamos un proceso estocástico que lo admita así:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \nu_{t-i},$$

podemos calcular muy fácilmente la varianza del error de predicción k periodos hacia adelante. Sería:

(a) $\sigma^2_\nu (a_0^2 + a_1^2 + \ldots + a_{k-1}^2)$

(b) $k\sigma^2_\nu$

(c) $k^2\sigma^2_\nu$

(d) $\sigma^2_\nu (a_0 + a_1 + \ldots + a_{k-1})$

(e) Nada de lo anterior.

Respuestas al examen de tipo $\boxed{\text{A}}$

Sección 1. Cuestiones a desarrollar

(¡No te enrolles! Quiero la respuesta, toda la respuesta y nada más que la respuesta.)

1. Hemos denominado a_t al valor medio del vector de estado condicionado sobre toda la información anterior: $a_t = E[\alpha_t|\mathcal{Y}_{t-1}]$. Modifica levemente el desarrollo hecho en clase para obtener la expresión de $a_{t|t} = E[\alpha_t|\mathcal{Y}_t]$.

   RESPUESTA: No tienes perdón si no respondes a esto: os lo pregunté en la Tarea 5, dando una referencia a quienes no habíais contestado bien

2. Escribe la forma general de un modelo en espacio de estado. Para cierta elección de las matrices que intervienen, logramos como caso particular el modelo de regresión lineal ordinaria. Explica cuáles deben ser las matrices T_t, Z_t, etc. para que ello suceda. ¿Qué ventajas e inconvenientes te parece que tiene el empleo del filtro de Kalman para estimar un modelo de regresión lineal ordinario?

   RESPUESTA: Mirad apuntes y DK.

3. Dado un proceso autoregresivo p-variante de orden k, estacionario e invertible, obtén razonadamente la respuesta a impulsos o innovaciones en la variable ℓ-ésima ($1 \leq \ell \leq p$).

   RESPUESTA: Mirad apuntes y Lütkepohl.

4. Considera un modelo ARMA(2,3). Escríbelo en forma de modelo en espacio de estado.

   RESPUESTA: Mirad apuntes y DK.

5. Considera un modelo AR(4). Escríbelo en forma de modelo en espacio de estado. ¿Qué relación hay, si es que hay alguna, entre los valores propios de la matriz de transición (T_t, en la notación que hemos venido empleando: en este caso acontece ser invariante en el tiempo) y la estacionariedad o no del proceso?

   RESPUESTA: Mirad apuntes y DK.

Sección 2. Cuestiones de elección múltiple

(Unas pocas preguntas breves, para mayor felicidad de Javier García.)

6. Sea $\boldsymbol{a_t} = \mathrm{E}[\boldsymbol{\alpha_t}|\boldsymbol{\mathcal{Y}}_{t-1}]$ el valor filtrado del estado con información hasta $t-1$ y $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\boldsymbol{t}} = \mathrm{E}[\boldsymbol{\alpha_t}|\boldsymbol{\mathcal{Y}}_n]$ el valor suavizado contando con la longitud total de la serie. Sean $\boldsymbol{P_t}$ y $\boldsymbol{V_t}$ sus respectivas matrices de covarianzas. Se verifica que:

   (a) Los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ son mayores o iguales que los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$.

   (b) Los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ son menores o iguales que los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$.

   (c) No hay ninguna relación entre los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ y los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$.

   (d) Hay relación entre los elementos en la diagonal principal de $\boldsymbol{P_t}$ y los correspondientes de $\boldsymbol{V_t}$, pero no es ninguna de las citadas.

7. En el modelo de tendencia lineal local,

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \epsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_t + \eta_t \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \nu_t \end{aligned}$$

   si $\sigma^2_{\nu_t} = 0$ para todo t estaríamos ante:

   (a) Un modelo con una tendencia lineal ordinaria, de pendiente fija.

   (b) Un paseo aleatorio simple.

   (c) Un modelo con una varianza constante.

   (d) Nada de lo anterior.

8. Vimos que, en condiciones muy generales, un proceso estocástico estacionario puede expresarse así:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \nu_{t-i}$$

Se llama a esto descomposición de…

   (a) **Wold.**

   (b) Yule-Walker.

   (c) Levinson-Durbin-Whittle.

   (d) Nada de lo anterior.

9. Considera la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 & \dots \\ \Gamma_2 & \Gamma_3 & \Gamma_4 & \dots \\ \Gamma_3 & \Gamma_4 & \dots & \dots \\ \Gamma_4 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{pmatrix}$$

Tiene estructura de

   (a) **Matriz de Hankel.**

   (b) Matriz de Toeplitz.

   (c) Matriz de Toeplitz por bloques.

   (d) Nada de lo anterior.

10. En el modelo de nivel local,

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \epsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \eta_t \end{aligned}$$

la varianza de μ_t es:

   (a) **Creciente al transcurrir el tiempo: se trata de un modelo no estacionario.**

   (b) Constante en el tiempo: se trata de un modelo estacionario.

   (c) Decreciente en el tiempo, conforme se incorpora nueva información: se trata de un proceso no estacionario.

   (d) Nada de lo anterior.

11. Considera un proceso AR(2) bivariante expresable así:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-2} \\ Y_{2,t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_{1,t} \\ \nu_{2,t} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

La matriz de covarianzas de la perturbación $\boldsymbol{\nu_t}$ es

$$\boldsymbol{\Sigma_\nu} = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}5 \end{bmatrix}.$$

Entonces, podemos asegurar:

   (a) **Que hay causalidad en el sentido de Granger, tanto instantánea como retardada.**

   (b) Que no hay nigun tipo de causalidad en el sentido de Granger.

   (c) Que hay causalidad en el sentido de Granger instantánea, pero no retardada.

   (d) Nada de lo anterior.

12. Si expresamos un proceso estocástico que lo admita así:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \nu_{t-i},$$

podemos calcular muy fácilmente la varianza del error de predicción k periodos hacia adelante. Sería:

   (a) $\sigma^2_\nu(a_0^2 + a_1^2 + \ldots + a_{k-1}^2)$

   (b) $k\sigma^2_\nu$

   (c) $k^2\sigma^2_\nu$

   (d) $\sigma^2_\nu(a_0 + a_1 + \ldots + a_{k-1})$

   (e) Nada de lo anterior.