eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

Series Temporales

Parte II. Modelos en espacio de estado y filtro de Kalman
Convocatoria de Enero de 2022

1. Introducción

Mercados de futuros. Gran número de mercancías y activos financieros se negocian activamente en mercados organizados, bajo la forma de contratos estandarizados en cantidad, calidad, tiempo y lugar de entrega. Ejemplos son el Mercado Español de Futuros Financieros, MEFF, (futuros sobre energía eléctrica y algunos activos financieros), el London Metal Exchange, LME, (futuros y opciones sobre metales) o el Chicago Mercantile Exchange, CME, con una vasta variedad de contratos de futuros y opciones, tanto sobre mercancías como sobre productos financieros.

Son precios de contado *(spot)* de una mercancía aquéllos para entrega inmediata; pero en un momento dado se negocia también para entregas en fechas determinadas, escalonadas en el tiempo. En todo momento hay contratos disponibles para un abanico de vencimientos. Los operadores de los mercados regulan la actividad, exigen garantías a los participantes y asumen el riesgo de contrapartida.

Precios esperados. Los precios de las mercancías negociadas para entrega futura son un reflejo de las expectativas del mercado. Pueden separarse bastante de los de contado, afectados por tensiones pasajeras, aunque están ligados entre sí y con los de contado[1].

En el trabajo que se propone más abajo, los precios a futuro a distintos plazos se contemplan como observaciones de lo que los agentes ven como precio de equilibrio estable, progresivamente menos distorsionados por desviaciones de corta duración respecto de dicho precio de equilibrio estable.

[1] Por ejemplo, en una situación en que los precios a futuro superen a los de contado *(contango)*, esta diferencia no excederá del coste de la financiación y almacenamiento: de otro modo sería posible el arbitraje, comprando al contado y vendiendo a plazo.

2. Datos

Los datos facilitados en el fichero `oil.rda` pueden leerse con un:

```
> load(file="oil.rda")
```

Son datos de precios de una variedad de petróleo, en US$ por barril, con frecuencia de observación semanal entre 1990 y 1995. Están en formato de serie temporal `zoo`. Se proporcionan los precios en el mercado de futuros en plazos cercanos a 1, 5, 9, 13 y 17 meses:

```
> library(zoo)
> class(oil$precios)
```

```
[1] "zoo"
```

```
> head(oil$precios)
```

```
              1M    5M    9M   13M   17M
1990-01-02 22.89 21.30 20.34 20.08 19.92
1990-01-09 22.07 20.08 19.16 18.93 18.77
1990-01-16 22.78 20.21 19.09 18.67 18.43
1990-01-23 21.60 19.92 19.11 18.87 18.67
1990-01-30 22.46 20.72 19.92 19.68 19.48
1990-02-06 22.51 20.77 19.93 19.68 19.48
```

A medida que los contratos se acercan al vencimiento, el tiempo hasta la expiración, o `ttm` *(time to maturity)* se va reduciendo. Cuando un contrato expira, se reemplaza por el nuevo del mismo plazo. Los tiempos hasta la expiración están recogidos en,

```
> class(oil$vtos)
```

```
[1] "zoo"
```

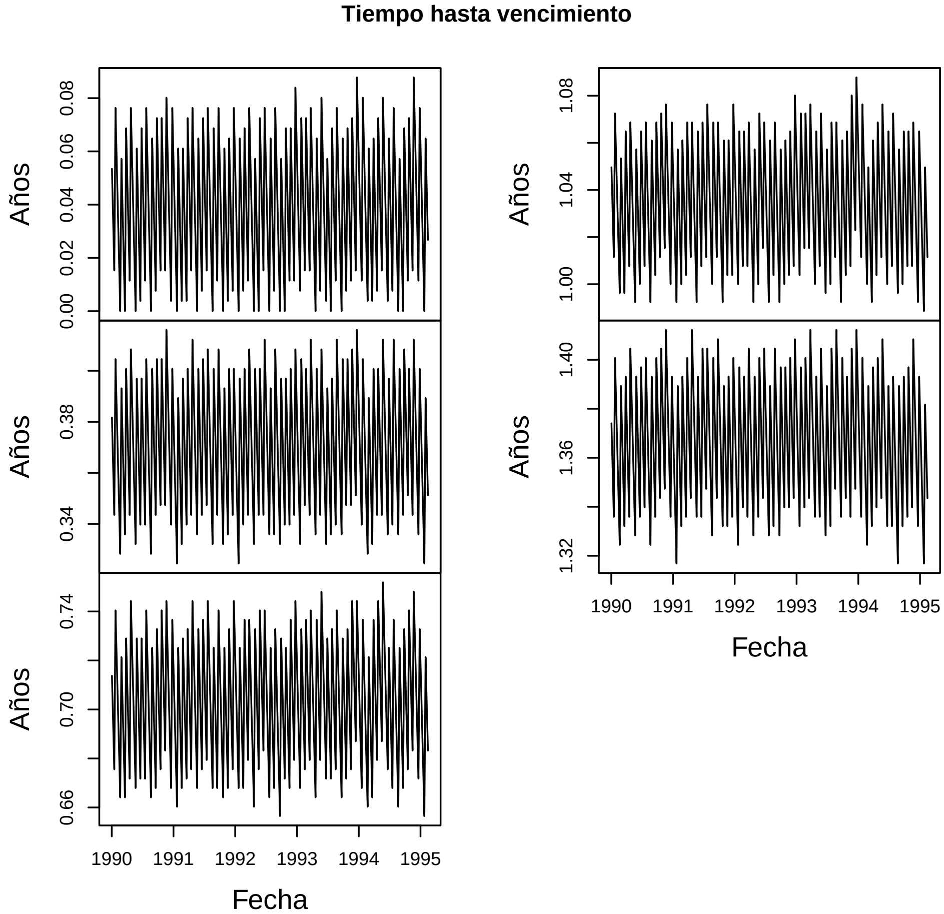
```
> head(oil$vtos, n=9)
```

```
                   1M        5M        9M       13M      17M
1990-01-02 0.05343511 0.3816794 0.7137405 1.0496183 1.374046
1990-01-09 0.03435115 0.3625954 0.6946565 1.0305344 1.354962
1990-01-16 0.01526718 0.3435115 0.6755725 1.0114504 1.335878
1990-01-23 0.07633588 0.4045802 0.7404580 1.0725191 1.400763
1990-01-30 0.05725191 0.3854962 0.7213740 1.0534351 1.381679
1990-02-06 0.03816794 0.3664122 0.7022901 1.0343511 1.362595
1990-02-13 0.01908397 0.3473282 0.6832061 1.0152672 1.343511
1990-02-20 0.00000000 0.3282443 0.6641221 0.9961832 1.324427
1990-02-27 0.05725191 0.3931298 0.7213740 1.0534351 1.389313
```

y están expresados en años. Por ejemplo, el 1-ene-1990 al contrato de plazo de vencimiento más próximo (1M) le faltaban para expirar 0.05343511 años. Venció el 20-feb-1990 y la observación de 27-02-1990 corresponde a un nuevo contrato con una vida restante de 0.05725191 años. Los restantes contratos, aunque no hayan llegado a su vencimiento, se reemplazan también por las nuevas series, de manera que se conserve la estructura de plazos.

Si representamos los tiempos hasta el vencimiento, tenemos una gráfica fluctuante como la siguiente:

```
> plot(oil$vtos, main="Tiempo hasta vencimiento",
+       xlab="Fecha", ylab="Años")
```



No se incluye precio de contado porque sería prácticamente redundante con el del plazo más corto.

3. Trabajo a realizar

Considera $y_{t,1M}$ la serie de precios al plazo más corto (casi contado), `1M`.

1. Ajusta un modelo de nivel local.
2. ¿Ves motivos para ajustar un modelo de tendencia local o con estacionalidad?
3. Considera el siguiente modelo:

$$
\begin{aligned}
y_{t,1M} &= \xi_t + e^{-kt_1}\zeta_t + \epsilon_{t,1M} \\
y_{t,5M} &= \xi_t + e^{-kt_5}\zeta_t + \epsilon_{t,5M} \\
y_{t,9M} &= \xi_t + e^{-kt_9}\zeta_t + \epsilon_{t,9M} \\
y_{t,13M} &= \xi_t + e^{-kt_{13}}\zeta_t + \epsilon_{t,13M} \\
y_{t,17M} &= \xi_t + e^{-kt_{17}}\zeta_t + \epsilon_{t,17M}
\end{aligned}
$$

En las ecuaciones anteriores, vagamente reminiscentes de ideas en [5], ξ_t sería el "precio de equilibrio" que en cada momento se espera prevalezca en el futuro; ζ_t es una divergencia temporal del precio de equilibrio en t, cuyo efecto sobre los precios a futuro se atenúa exponencialmente a la tasa k conforme pasa el tiempo; t_1, t_5, t_9, etc. son los tiempos que restan hasta el vencimiento de los contratos `1M`, `5M`, `9M`, etc.

Completa las anteriores ecuaciones, que podemos imaginar definiendo una ecuación de observación, con una ecuación de estado que describa la evolución de ξ_t y ζ_t. Puedes considerar dinámicas de paseo aleatorio o tendencia local para ξ_t; para ζ_t, que modeliza una desviación transitoria sobre los precios, puedes considerar también dinámicas con reversión a cero, como

$$\zeta_t = a\zeta_{t-1} + \eta_t$$

con $|a| < 1$.

Estima los parámetros del modelo escogido (k, a en su caso, matrices de covarianzas de los ruidos en las ecuaciones de observación y estado).

4. Proporciona una estimación del elemento del vector de estado ξ_t en cada momento.

Referencias

[1] J. Durbin and S. J. Koopman. *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford Univ. Press, New York, second edition, 2011.

[2] A. C. Harvey. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1989.

[3] Jouni Helske. *KFAS: Kalman Filter and Smoother for Exponential Family State Space Models*, 2016. R package version 1.2.4.

[4] Giovanni Petris, Sonia Petrone, and Patrizia Campagnoli. *Dynamic Linear Models with R*. Springer Verlag, 2009.

[5] E. Schwartz and J.E. Smith. Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices. *Management Science*, 46(7):893–911, 2000.